

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÉRETTSÉGI VIZSGAKÖVETELMÉNY

1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok

| Témák | Középszint |
|--|--|
| 1.1 Halmazok 1.1.1 Halmazműveletek 1.1.2 Számosság, részhalmazok | Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát. Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz. Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő műveleteket: unió, metszet, különbség. Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat. Tudja meghatározni véges halmazok elemeinek a számát. Tudja alkalmazni a logikai szita elvét két-három halmaz esetében. |
| 1.2 Matematikai logika 1.2.1 Fogalmak, tételek és bizonyítások a matematikában | Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni. Értse és egyszerű feladatokban alkalmazza a tagadás műveletet. Ismerje az „és”, a „megengedő vagy” és a „kizáró vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel. Tudja a „ha...akkor...” és az „akkor és csak akkor” típusú állítások igazságértékét megállapítani. Használja helyesen a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket. Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni, valamint egyszerű állításokat, tételeket bizonyítani. Képes legyen egy egyszerű állításról eldönteni, hogy igaz vagy hamis. Tudja megfogalmazni egy állítás megfordítását. |
| 1.3 Kombinatorika | Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani. Tudja a kedvező esetek számát meghatározni a komplementer esetek segítségével is. Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat. |
| 1.4 Gráfok | Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: pont, él, foksám. Ismerje és alkalmazza gyakorlati feladatokban a gráf pontjainak |

| | |
|--|---|
| | fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggést. |
|--|---|

2. Számelmélet, algebra

| Témák | Középszint |
|---|--|
| 2.1 Alapműveletek | Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is). Ismerje és használja feladatokban az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás). |
| 2.2 A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek | Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatóság alapvető fogalmait (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám). Tudjon természetes számokat prímtényezőkre bontani, tudja adott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét kiszámítani; tudja mindezeket egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni. Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prím számpár fogalmát. |
| 2.2.1 Oszthatóság | Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani. |
| 2.2.2 Számrendszerek | Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből n alapú ($n \leq 9$) számrendszerbe és viszont. Ismerje a helyiértékes írásmódot. |
| 2.3 Racionális és irracionális számok | Tudja definiálni a racionális és irracionális számokat, és ismerje ezek kapcsolatát a tizedestörtekkel. |
| 2.4 Valós számok | Ismerje a valós számkör felépítését (\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{Q}^* , \mathbb{R}), valamint a valós számok és a számegyenes kapcsolatát. Tudjon ábrázolni számokat a számegyenesen. Ismerje és használja a nyílt és zárt intervallum fogalmát és jelölését. Ismerje az abszolútérték definícióját. Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal. Tudjon adott helyiértékre vonatkozóan helyesen kerekíteni. |
| 2.5 Hatvány, gyök, logaritmus | Tudja értelmezni a hatványozást racionális kitevő esetén. Ismerje és használja a hatványozás azonosságait. Bizonyítsa a hatványozás azonosságait konkrét alap és pozitív egész kitevő esetén. Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait. Definiálja és használja az $\sqrt[n]{a}$ fogalmát. Definiálja és használja feladatok |

| | |
|---|---|
| | megoldásában a logaritmus fogalmát. Tudja kiszámolni tetszőleges alapú logaritmus értékét 10-es alapú logaritmus segítségével. |
| 2.6 Betűkifejezések 2.6.1 Nevezetes azonosságok | Tudja alkalmazni feladatokban a következő kifejezések kifejtését, illetve szorzattá alakítását: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$. Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerű műveleteket végrehajtani, algebrai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazása). |
| 2.7 Arányosság 2.7.1 Százalékszámítás | Tudja az egyenes és a fordított arányosság definícióját és grafikus ábrázolásukat. Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni az arányosság fogalmát Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni a százalék fogalmát. |
| 2.8 Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek | Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát. Alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése, értelmezési tartomány és értékészlet vizsgálata. Tudja meghatározni szöveges feladatban szereplő változók értelmezési tartományát, és a feladat eredményét összevetni a feladat szövegével. |
| 2.8.1. Algebrai egyenletek, egyenletrendszerek 2.8.1.1. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek 2.8.1.2. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek 2.8.1.3. Magasabb fokú egyenletek 2.8.1.4. Négyzetgyökös egyenletek | Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában. Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyenleteket és elsőfokú, kétismeretlenes egyenletrendszereket megoldani. Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját. Ismerje a másodfokú egyenlet diszkriminánsának fogalmát, és a diszkrimináns előjele és a (valós) megoldások száma közötti összefüggést. Ismerje és alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét. Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét. Alkalmazza feladatokban a gyöktényezős alakot. Tudjon másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatokat megoldani. Tudjon egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenleteket megoldani. |

| | |
|---|---|
| | Tudjon $\sqrt{x+b} = cx + d$ típusú egyenleteket megoldani. |
| 2.8.2 Nem algebrai egyenletek 2.8.2.1. Abszolútértékes egyenletek 2.8.2.2. Exponenciális egyenletek 2.8.2.3. Logaritmusos egyenletek 2.8.2.4. Trigonometrikus egyenletek 2.8.3 Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek | - - Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket megoldani. Tudjon exponenciális folyamatokkal kapcsolatos problémákat felismerni, modellezni és megoldani. - - Tudjon egyszerű első- és másodfokú egyenlőtlenségeket megoldani. |
| 2.9 Középértékek, egyenlőtlenségek | - |

3. Függvények, az *analízis* elemei

| Témák | Középszint |
|---|---|
| 3.1 A függvény | Ismerje a függvény matematikai fogalmát és az alapvető függvénytani fogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet). Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni. Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén $f(x) = c$ alapján az x -et meghatározni. Ismerje a kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál. Tudjon kölcsönösen egyértelmű hozzárendelést megfordítani, és a megfordított hozzárendelést ábrázolni. |
| 3.2 Egyváltozós valós függvények | Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket: $x \mapsto ax + b,$ $x \mapsto x^2,$ $x \mapsto ax^2 + bx + c,$ $x \mapsto \sqrt{x},$ $x \mapsto \frac{1}{x},$ $x \mapsto a^x.$ |
| 3.2.1 A függvények grafikonja, függvénytranszformációk | Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról. Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni: $f(x) + c, f(x + c), c \cdot f(x), f(x) $ |

| | |
|--|--|
| 3.2.2 A függvények jellemzése | Tudjon egyszerű függvényeket jellemezni grafikon alapján értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték szempontjából. |
| 3.3 Sorozatok 3.3.1 Számtani és mértani sorozatok 3.3.2 Végtelen mértani sor 3.3.3 Kamatos kamat, járadékszámítás | Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait (utasítás, képlet, rekurzív definíció). Ismerje a számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket. Bizonyítsa a számtani és a mértani sorozat összegképletét. Tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az a_n -re, illetve az S_n -re vonatkozó összefüggéseket kell használni. - Tudja a kamatos kamat számítására vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni. Tudjon gyűjtőjáradékot és törlesztőrészletet számolni. Tudjon megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatokat megoldani. |
| 3.4. Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei 3.4.1 Határérték, folytonosság 3.4.2 Differenciálszámítás 3.4.3 Integrálszámítás | - - - - |

4. Geometria, koordináta geometria, trigonometria

| Témák | Középszint |
|--|---|
| 4.1 Elemi geometria 4.1.1 Térelemek 4.1.2 A távolságfogalom segítségével definiált ponthalmazok | Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát. Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát. Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat. Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat. Ismerje a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát. Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban. |
| 4.2 Geometriai transzformációk 4.2.1 Egybevágósági transzformációk | - Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) |

| | |
|---|--|
| <p>4.2.2 Hasonlósági transzformációk</p> | <p>leírását, tulajdonságaikat, és alkalmazza ezeket feladatokban. Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit. Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimetriáit. Ismerje a középpontos hasonlósági transzformáció leírását, tulajdonságait. Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek hasonlósági alapeseteit. Ismerje fel a hasonló alakzatokat, tudja felírni a hasonlóság arányát. Ismerje és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.</p> |
| <p>4.2.3 Egyéb transzformációk</p> | <p>-</p> |
| <p>4.3 Síkbeli és térbeli alakzatok</p> <p>4.3.1 Síkbeli alakzatok</p> <p>4.3.1.1 Háromszögek</p> <p>4.3.1.2 Négyszögek</p> <p>4.3.1.3 Sokszögek</p> | <p>Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különböző szempontok szerint.</p> <p>-</p> <p>Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint. Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van). Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, magasságpont, súlyvonal, súlypont, középvonal, körülírt, illetve beírt kör). Bizonyítsa az oldalfelező merőlegesek metszéspontjára illetve a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tételt.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a Pitagorasz-tételt. Ismerje a speciális négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) és tulajdonságaikat, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban. Ismerje a konvex négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó tételeket, alkalmazza ezeket egyszerű feladatokban.</p> <p>Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és</p> |

| | |
|---|---|
| <p>4.3.1.4 Kör</p> <p>4.3.2 Térbeli alakzatok</p> | <p>külső szögösszegre vonatkozó tételeket. Ismerje a szabályos sokszögek definícióját. Ismerje a kör részeit, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban. Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak. Tudjon szöget mérni fokban. Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével. Ismerje és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a Thalész-tételt.</p> <p>Ismerje a következő testeket és azok részeit, alkotóelemeit: hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp. Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.</p> |
| <p>4.4 Vektorok síkban és térben</p> | <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:</p> <ul style="list-style-type: none"> - vektor fogalma, abszolútértéke, - nullvektor, ellentett vektor, - vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa. <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:</p> <ul style="list-style-type: none"> - vektor koordinátái, - vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái. |
| <p>4.5 Trigonometria</p> | <p>Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban. Tudja származtatni tompaszögek szögfüggvényeit a kiegészítő szögek szögfüggvényeiből. Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek,</p> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$ <p>Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek (30°, 45°, 60°) szögfüggvényeit. Szögfüggvény értékének ismeretében tudja a szöget meghatározni számológép segítségével. Ismerje és alkalmazza feladatokban a szinusz- és a koszinusztételt. Bizonyítsa a szinusztételt.</p> |
| <p>4.6 Koordinátageometria</p> <p>4.6.1 Pontok, vektorok</p> | <p>Tudja kiszámítani \overline{AB} vektor koordinátáit, abszolútértékét.</p> <p>Tudja kiszámítani két pont távolságát. Tudja kiszámítani szakasz felezőpontjának koordinátáit, és alkalmazza ezt feladatokban.</p> |

| | |
|------------------------------|---|
| 4.6.2 Egyenes | Tudja felírni egyenesek egyenletét $y = mx + b$, illetve $x = c$ alakban. Tudja kiszámítani egyenesek metszéspontjának koordinátáit. Ismerje meredekséggel megadott egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit. Tudjon megoldani egyszerű geometriai feladatokat koordinátageometriai eszközökkel. |
| 4.6.3 Kör | Tudja felírni adott középpontú és sugarú kör egyenletét. |
| 4.6.4 Parabola | - |
| 4.7 Kerület, terület | Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát. Tudja kiszámítani a háromszög területét különböző adatokból: $t = \frac{a \cdot m}{2} = \frac{ab \cdot \sin \gamma}{2}.$ Tudja kiszámítani nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, továbbá kör, körcikk, körszelet és körgyűrű kerületét és területét. |
| 4.8 Felszín, térfogat | Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát. Tudja kiszámítani hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínét és térfogatát egyszerű esetekben. |

5. Valószínűség-számítás, statisztika

| Témák | Középszint |
|---|---|
| 5.1 Leíró statisztika 5.1.1 Statisztikai adatok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai 5.1.2 Nagy adathalmazok jellemzői, statisztikai mutatók | Tudjon adathalmazt szemléltetni. Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni. Értse a véletlenszerű mintavétel fogalmát. Tudjon kördiagramot, oszlopdiagramot és sodrófa (box-plot) diagramot készíteni. Tudjon választani megfelelő diagramtípust egy adathalmaz ábrázolásához, és tudjon a választása mellett érvelni. Tudjon adott diagramról információt kiolvasni. Tudjon grafikus manipulációkat felismerni és javítani diagramok esetén. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: átlag, kvartilisek, medián, módusz, terjedelem, szórás. Tudja kiszámítani ismert átlagú adathalmazok egyesítésének átlagát. Tudja a szórást kiszámolni adott adathalmaz esetén a definíció alkalmazásával vagy számológéppel. Tudjon adathalmazokat |

| | |
|---|--|
| | összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével. |
| 5.2 A valószínűség-számítás elemei | <p>Ismerje és alkalmazza konkrét példák esetén a következő fogalmakat: esemény, eseménytér, elemi esemény, események összege és szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események. Ismerje és alkalmazza a klasszikus (Laplace-)modellt. Tudja meghatározni esemény komplementerének a valószínűségét. Ismerje a szemléletes kapcsolatot a relatív gyakoriság és a valószínűség között. Ismerje és alkalmazza a geometriai valószínűség modelljét. Tudjon valószínűséget számítani visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a várható érték fogalmát.</p> |

Irányadó tartalmi arányok

| | |
|---|-----|
| Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok | 20% |
| Számelmélet, algebra | 25% |
| Függvények, az analízis elemei | 15% |
| Geometria, koordináta geometria, trigonometria | 25% |
| Valószínűség-számítás, statisztika | 15% |